VOLÚMEN

III

COMBINATORIA

VOL III

BASES MATEMÁTICAS EN LA ESTADÍSTICA



biomedical-data.com

Escrito por Ph.D. Andrea Millán

COMBINATORIA

Escrito por PhD. Andrea Millán

Tabla de Contenidos

Introducción a las Combinaciones 3

La Fórmula de Combinaciones 3

Propiedades Clave de las Combinaciones 5

Ejemplos Prácticos de Cálculo 7

Agradecimientos 11

Introducción a las Combinaciones

Las **combinaciones** son una forma de contar el número de maneras de seleccionar o agrupar elementos de un conjunto, donde **el orden de los elementos no importa**. A diferencia de las permutaciones, donde un arreglo como (A, B) es diferente de (B, A), en las combinaciones (A, B) y (B, A) se consideran el mismo grupo.

Este concepto es esencial en situaciones donde solo interesa la composición de un grupo, no la secuencia en que se eligieron sus miembros. Por ejemplo, al seleccionar un equipo de personas, elegir un conjunto de ingredientes para una receta, o al jugar a la lotería.

La Fórmula de Combinaciones

El número de combinaciones de n elementos tomando k a la vez, se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$C(n,k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- n: El número total de elementos en el conjunto.

- k: El número de elementos que se seleccionan a la vez.
- !: El símbolo de factorial.
- $\binom{n}{k}$: Esta notación, conocida como "coeficiente binomial", es una forma común de representar las combinaciones.

La fórmula de combinaciones es una modificación de la fórmula de permutaciones. El término $k!$ adicional en el denominador ajusta el resultado para eliminar las repeticiones que se generarían por el orden, ya que en las combinaciones el orden no es relevante.

Propiedades Clave de las Combinaciones

Las combinaciones tienen propiedades importantes que simplifican los cálculos y son cruciales en la estadística y la probabilidad.

- **Simetría:** Una de las propiedades más útiles es que el número de formas de elegir k elementos de un conjunto de n es igual al número de formas de elegir los $n - k$ elementos que se quedan fuera del grupo.

  $$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

  Si eliges a 3 personas de un grupo de 10 para un comité, es lo mismo que si eliges a las 7 personas que **no** estarán en el comité. El número de formas de hacer ambas cosas es idéntico. Esto puede simplificar los cálculos si k es un número grande.

- **Identidad de Pascal:** Esta propiedad establece una relación recursiva entre los coeficientes binomiales y es la base del famoso Triángulo de Pascal.

  $$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Para entender esto, imagina que tienes un grupo de n personas y quieres formar un comité de k. Puedes dividir la tarea en dos casos: 1) si una persona específica está en el comité, necesitas elegir a $k-1$ más de las restantes $n-1$; o 2) si esa persona no está, tienes que elegir a los k miembros de las $n-1$ personas restantes. La suma de ambos casos te da el total.

- **Identidad de suma:** La suma de todos los coeficientes binomiales para un n fijo es igual a 2^n.

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$$

Esto representa el número total de subconjuntos que se pueden formar a partir de un conjunto de n elementos. Cada elemento puede ser o no ser incluido en un subconjunto (2 opciones). Si tienes n elementos, el número total de subconjuntos es 2^n.

Ejemplos Prácticos de Cálculo

A diferencia de las permutaciones, R sí tiene una función nativa para calcular combinaciones, lo que simplifica enormemente el proceso.

Ejemplo 1: Combinaciones de 5 elementos tomando 2 a la vez

¿De cuántas maneras diferentes se puede elegir un comité de 2 personas de un grupo de 5? En este caso, el orden en que se elijan las personas no importa (sería el mismo comité). Por eso, usamos combinaciones. Usamos $n = 5$ y $k = 2$.

$$C(5,2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 1 \cdot 3!} = \frac{20}{2} = 10$$

Cálculo en R:

- **Método 1: Aplicamos la fórmula directamente**

```
combinacion_ejemplo1 <- factorial(5) / (factorial(2) * factorial(5-2))


print(combinacion_ejemplo1)
```

```
## [1] 10
```

- **Método 2: Usamos la función nativa de R `choose()`**

```r
choose(n = 5, k = 2)
```

```
## [1] 10
```

- **Ejemplo 2: Elección de cartas en un mazo**

¿De cuántas maneras puedes elegir 5 cartas de un mazo estándar de 52 cartas?

El orden en que recibes las cartas no afecta la mano que tienes, solo el conjunto de cartas. Usamos $n = 52$ y $k = 5$

$$C(52, 5) = \frac{52!}{5!(52-5)!} = \frac{52!}{5! \cdot 47!} = \frac{311875200}{120} = 2598960$$

Cálculo en R:

- **Usamos la función nativa `choose()`**

```r
choose(n = 52, k = 5)
```

```
## [1] 2598960
```

- **Ejemplo 3: Formar un equipo para un proyecto**

En una clase de 30 estudiantes, ¿de cuántas formas se puede formar un equipo de 4 personas para un proyecto?

El orden en que se elijan los miembros del equipo no cambia la composición del mismo. Es el mismo equipo sin importar si la persona A fue elegida primero o última. Por lo tanto, usamos combinaciones. Aquí, $n = 30$ y $k = 4$.

$$C(30, 4) = \frac{30!}{4!(30-4)!} = \frac{30!}{4! \cdot 26!} = 27405$$

Cálculo en R:

- **Usamos la función nativa `choose()`**

```r
choose(n = 30, k = 4)
```

```
## [1] 27405
```

Agradecimientos

Este eBook, titulado **“Volumen III: Combinatoria”**, ha sido escrito por la **Dra. Andrea Millán**, quien posee un doctorado en ciencias de la salud y cuenta con más de diez años de experiencia en el análisis estadístico en estudios epidemiológicos. Este material ha sido elaborado en el año 2025 con el objetivo de ofrecer una introducción clara y práctica a la notación sigma, dirigida a estudiantes y profesionales de la estadística.

Agradecemos profundamente tu interés en este contenido y esperamos que haya sido de gran utilidad. Para más información sobre nuestros eBooks, cursos online, servicios y otros recursos, no olvides visitarnos en nuestra página web **biomedical-data.com**..



Copyright © 2025 Biomedical Data. Todos los derechos reservados.

Este ebook es propiedad exclusiva de Biomedical Data y se proporciona únicamente para el uso personal y educativo.

Queda estríctamente prohibida la la reproducción, distribución, transmisión, cesión, reventa o utilización con fines comerciales, total o parcial, sin la autorización previa y por escrito de Biomedical Data.

La distribución o reproducción no autorizada de este material podrá dar lugar a acciones legales conforme a la legislación vigente en materia de propiedad intelectual.

El contenido se ofrece con fines educativos y no constituye asesoramiento profesional. Biomedical Data no se responsabiliza por decisiones tomadas en base al uso de este material.