VOLÚMEN

IV

PERMUTACIONES

VOL IV



BASES MATEMÁTICAS EN LA ESTADÍSTICA

biomedical-data.com

Escrito por Ph.D. Andrea Millán

PERMUTACIONES

Escrito por PhD. Andrea Millán

Tabla de Contenidos

Introducción a las Permutaciones 3

La Fórmula de Permutaciones 4

Propiedades Relevantes 5

Ejemplos Prácticos de Cálculo 6

Agradecimientos 11

Introducción a las Permutaciones

Las **permutaciones** son un concepto fundamental en la teoría de la probabilidad y la combinatoria, indispensable para el análisis riguroso de eventos discretos. A diferencia de las combinaciones, una permutación es un **arreglo ordenado** de elementos de un conjunto.

Por ejemplo, si tienes los números 1, 2 y 3, las permutaciones posibles son: (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2) y (3, 2, 1). Cada una de estas es un combinación distinta. En estadística y probabilidad, esto es fundamental para calcular el número de posibles resultados en eventos donde la secuencia o el orden de elementos es relevante.

La Fórmula de Permutaciones

El número de permutaciones de n elementos tomando k a la vez, se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$$P(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- n: El número total de elementos en el conjunto.
- k: El número de elementos que se seleccionan o arreglan a la vez.
- !: El símbolo de factorial, que ya hemos estudiado.

La fórmula utiliza el factorial para contar todas las posibles ordenaciones y luego divide por el factorial de los elementos que no se seleccionaron. Es decir, Para el primer elemento, hay n opciones; para el segundo, $n-1$; y así sucesivamente hasta el k-ésimo elemento, para el cual hay $n-(k-1)$ opciones. Esto asegura que solo se cuenten los arreglos del subconjunto de tamaño k.

Propiedades Relevantes

La Regla de la Multiplicación Una propiedad fundamental que rige las permutaciones es la **regla de la multiplicación**. Si un evento tiene n_1 resultados posibles y un segundo evento tiene n_2 resultados posibles, el número total de resultados para ambos eventos es $n_1 \cdot n_2$. Esta regla es la base lógica de la fórmula de permutaciones.

Permutaciones completas $(k = n)$**:** Si se toman todos los elementos del conjunto, el número de permutaciones es simplemente el factorial de n.

$$P(n, n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$$

Ejemplos Prácticos de Cálculo

Ejemplo: Permutaciones de 5 elementos tomando 2 a la vez

¿Cuántas maneras hay de elegir y ordenar 2 personas de un grupo de 5 para ocupar los puestos de presidente y vicepresidente?

Aquí el orden importa (no es lo mismo ser presidente que vicepresidente). Usamos $n = 5$ y $k = 2$.

$$P(5, 2) = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 5 \cdot 4 = 20$$

Cálculo en R:

En R, no existe una función nativa `permutacion()`, pero puedes calcularla fácilmente aplicando la fórmula directamente.

Ejemplo 1: Permutaciones de 5 elementos tomados de a 2
En este caso debemos aplicar la notación factorial a 5 y dividir por el factorial de $(5 - 2)$

```r
permutacion_ejemplo1 <- factorial(5) / factorial(5 - 2)
print(permutacion_ejemplo1)
```

```
## [1] 20
```

permutaciones_ejemplo1 es el nombre que le damos a esa operación print(permutacion_ejemplo1), nos devolverá el valor de la operacion en la consola.

Ejemplo 2: Permutaciones de 4 elementos tomando 4 a la vez

Para este ejemplo, se seleccionan todos los elementos, por lo que $n = 4$ y $k = 4$. La fórmula se simplifica a 4 ya que $(4 - 4) = 0 = 1$.

$$P(4, 4) = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 24$$

el resultado es 24 arreglos de elementos, en distinto orden

Cálculo en R de ejemplo 2:

- **Método 1. Aplicamos la fórmula de permutación**

```r
permutacion_ejemplo2 <- factorial(4) / factorial(4-4)
print(permutacion_ejemplo2)
```

```
## [1] 24
```

- **Método 2. Una forma más simple de calcularlo, solo con el factorial**

```r
factorial(4)
```

```
## [1] 24
```

Ejemplo 3: Primeros 3 puestos en una carrera con 10 corredores En una carrera con 10 corredores, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden ocupar los tres primeros puestos (oro, plata y bronce)? El orden de llegada es crucial, por lo que usamos permutaciones. Tenemos un total de $n = 10$ corredores y seleccionamos $k = 3$ de ellos.

$$P(10, 3) = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

Cálculo en R de ejemplo 3:

```r
permutacion_ejemplo3 <- factorial(10) / factorial(10-3)
print(permutacion_ejemplo3)
```

```
## [1] 720
```

Ejemplo 4: Crear una contraseña con dígitos únicos ¿Cuántas contraseñas de 4 dígitos diferentes se pueden formar usando los dígitos del 0 al 9? La palabra "diferentes" es la clave, ya que significa que no hay repetición. Dado que el orden importa para una contraseña, usamos permutaciones. Tenemos un conjunto de $n = 10$ dígitos y seleccionamos $k = 4$ sin repetición.

$$P(10, 4) = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

Cálculo en R del ejemplo 4:

```r
# P(10, 4) = 10! / (10-4)!
permutacion_ejemplo4 <- factorial(10) / factorial(10-4)
print(permutacion_ejemplo4)
```

```
## [1] 5040
```

Ejemplo 5: Crear una contraseña de 4 dígitos ¿Cuántas contraseñas de 4 dígitos se pueden formar usando los dígitos del 0 al 9, permitiendo la repetición?

Cuando la repetición está permitida, la lógica del factorial ya no aplica. En este caso, para cada una de las 4 posiciones de la contraseña, tenemos 10 opciones. 000 La fórmula para permutaciones con repetición es n^k. En este caso, 10^4.

$$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$$

Cálculo en R del ejemplo 5:

```
permutacion_ejemplo5 <- 10^4
print(permutacion_ejemplo5)
```

```
## [1] 10000
```

Agradecimientos

Este eBook, titulado **"Volumen IV: Permutaciones"**, ha sido escrito por la **Dra. Andrea Millán**, quien posee un doctorado en ciencias de la salud y cuenta con más de diez años de experiencia en el análisis estadístico en estudios epidemiológicos. Este material ha sido elaborado en el año 2025 con el objetivo de ofrecer una introducción clara y práctica a la notación sigma, dirigida a estudiantes y profesionales de la estadística.

Agradecemos profundamente tu interés en este contenido y esperamos que haya sido de gran utilidad. Para más información sobre nuestros eBooks, cursos online, servicios y otros recursos, no olvides visitarnos en nuestra página web web **biomedical-data.com**.



Copyright © 2025 Biomedical Data. Todos los derechos reservados.

Este ebook es propiedad exclusiva de Biomedical Data y se proporciona únicamente para el uso personal y educativo.

Queda estríctamente prohibida la la reproducción, distribución, transmisión, cesión, reventa o utilización con fines comerciales, total o parcial, sin la autorización previa y por escrito de Biomedical Data.

La distribución o reproducción no autorizada de este material podrá dar lugar a acciones legales conforme a la legislación vigente en materia de propiedad intelectual.

El contenido se ofrece con fines educativos y no constituye asesoramiento profesional. Biomedical Data no se responsabiliza por decisiones tomadas en base al uso de este material.